

Die Statistikabteilung der Wichtelverwaltung hat einen wichtigen Auftrag: Sie versucht jedes Jahr im Sommer abzuschätzen, wie viele Geschenke sich die Kinder wohl dieses Jahr wünschen werden. Umso besser sind die Geschenkewichtel dann vorbereitet, wenn die Wunschzettel aus der ganzen Welt eintreffen.

Für jedes Land haben die Statistikwichtel deshalb Vorhersagen erstellt, wie sich die Kinderzahl wohl entwickeln wird. Pro Jahr werden diese Vorhersagen allerdings nur für wenige Länder aktualisiert. Für Japan haben die Statistikwichtel das letzte Mal im Jahr 1950 eine Vorhersage erstellt. Damals gingen sie von folgenden Werten aus:

- 1950 lebten in Japan ca. 83 Millionen Menschen. Die Wichtel hatten errechnet, dass die Bevölkerung zwischen 1910 und 1950 alle 5 Jahre um etwa 6% gewachsen ist. Sie nahmen an, dass sie nach 1950 genauso weiter wachsen würde.
- Der Anteil der Kinder zwischen 0 und 14 Jahren betrug 1950 in Japan etwa 35%. Auch hier gingen die Wichtel davon aus, dass sich das nicht ändert und dass jedes Kind einen Wunschzettel pro Jahr schreibt.

Im letzten Jahr haben die Wichtel 17 Millionen Wunschzettel aus Japan erhalten.



Wie viele Wunschzettel hätten die Wichtel nach ihrer Vorhersage aus dem Jahr 1950 eigentlich im letzten Jahr erhalten müssen?

- etwa 17 Millionen, so viele wie sie tatsächlich erhalten haben
- etwa 32 Millionen
- etwa 62 Millionen
- etwa 94 Millionen

**Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:**

Das "Mathe im Advent"-Team

Mathe im Leben gemeinnützige GmbH

<http://www.mathe-im-advent.de>

Lösung:

**Antwortmöglichkeit c) ist richtig. Die Wichtel hätten 2015 nach ihrer Vorhersage ca. 62 Millionen Wunschzettel erhalten müssen.**

Die Wichtel haben zuletzt 1950 eine Vorhersage erstellt. Das ist bereits lange her. In der Zwischenzeit kann viel passiert sein, was die Entwicklung der Bevölkerung beeinflusst hat. Mehr dazu lernst du im Blick über den Tellerrand.

Wie viele Wunschzettel hatten die Wichtel nun für letztes Jahr mit der Vorhersage von 1950 vorausgesagt? Die Vorhersage wurde bereits vor  $2015 - 1950 = 65$  Jahren erstellt. Laut der Vorhersage wächst die Bevölkerungszahl alle fünf Jahre um 6 %. Das heißt, die Bevölkerungszahl ist  $65 \text{ Jahre} : 5 \text{ Jahre} = 13$  Mal um 6 % gewachsen.

Im Jahr 1950 betrug die Bevölkerungszahl 83 Millionen. Nach fünf Jahren, im Jahr 1955, betrug die Bevölkerungszahl laut der Vorhersage also  $83 + 83 \cdot (1 + 0,06) = 83 \cdot 1,06 = 83 \cdot 1,06 \approx 88$  Millionen. Um die Bevölkerungszahl für das Jahr 2015 zu abzuschätzen, musst du diese Rechnung insgesamt 13 Mal durchführen:

$$83 \text{ Millionen} \cdot \underbrace{1,06 \cdot 1,06 \cdot 1,06}_{13\text{-mal}}$$

Das lässt sich kompakt so schreiben:

$$83 \text{ Millionen} \cdot 1,06^{13} \approx 177 \text{ Millionen.}$$

Im Jahr 2015 gäbe es laut der Vorhersage von 1950 etwa 177 Millionen Menschen in Japan. Sie geht zudem von einem Kinderanteil von weiterhin 35% aus. Nach der Vorhersage gäbe es also ungefähr  $177 \cdot 35\% = 177 \cdot \frac{35}{100} = 177 \cdot 0,35 \approx 62$  Millionen Kinder in Japan.

Die Wichtel hätten letztes Jahr also eigentlich etwa 62 Millionen Wunschzettel erhalten müssen. Deutlich mehr, als sie tatsächlich erhalten haben.

### **Blick über den Tellerrand: Vorsicht mit Prognosen**

Was ist bei der *Prognose* der Wichtel nun aber so gewaltig schief gegangen? Die Statistikwichtel haben angenommen, dass der Anteil der Kinder sich nicht ändern wird. Dies war eine klare Fehleinschätzung: Die japanische Gesellschaft hat sich in der 2. Hälfte des 20. Jahrhunderts sehr gewandelt. Die Geburtenrate ist in den letzten Jahrzehnten stark gesunken.

Um 1940 gab es in Japan noch über 30 Geburten pro 1000 Einwohner. Bis heute ist die Zahl auf ca. 8 Geburten pro 1000 Einwohner zurückgegangen. Dadurch, dass immer weniger Kinder geboren wurden, hat sich natürlich auch die Rate des Bevölkerungswachstums geändert. Diese ist immer mehr zurückgegangen, bis sie 2008 das erste Mal negativ war. Das heißt, dass die Bevölkerungszahl Japans seit dem nicht einfach nur langsamer wächst, sondern sogar zurückgeht. Durch die niedrigen Geburtenraten ist der Anteil der Kinder zwischen 0-14 Jahren stark zurückgegangen. Von ca. 35 Prozent im Jahr 1950 auf 13 Prozent im Jahr 2015.

Die Wichtel haben sich die Werte für ihre Annahmen auch nicht besonders geschickt ausgewählt. Im Zeitraum zwischen 1910 und 1950 war Japan in viele Kriege verwickelt, die Ausbreitung des Landes änderte sich häufig. Teilweise standen sogar ganz Korea und Teile von China unter japanischer Herrschaft. Nach dem Zweiten Weltkrieg hatte Japan große Teile wieder verloren. Dieser instabile

Zeitraum konnte deshalb keine verlässlichen Daten für eine *Hochrechnung* liefern. Es ist also kein Wunder, dass die Wichtel mit ihrer Prognose so daneben lagen. Es ist also kein Wunder, dass die Wichtel mit ihrer Prognose so daneben lagen.

Einer aktuellen Prognose auf der Wikipedia-Seite "Demografie Japans" ([https://de.wikipedia.org/wiki/Demografie\\_Japans](https://de.wikipedia.org/wiki/Demografie_Japans)) zufolge soll sich die Bevölkerungszahl Japans von aktuell ca. 127 Millionen bis zum Jahr 2100 auf ca. 64 Millionen halbieren. Aber Vorsicht: Auch diese Vorhersage geht von aktuellen Geburten- und Sterberaten aus, die sich – wie wir gelernt haben – über die Jahre drastisch ändern können.

Vorhersagen – auch in anderen Bereichen – solltest du immer mit Vorsicht betrachten. Vor allem wenn es um Aussagen zu Dingen geht, die weit in der Zukunft liegen. Die Geburtenrate wird durch viele Faktoren beeinflusst, zum Beispiel von der wirtschaftlichen Entwicklung eines Landes, von Kriegen, gesellschaftspolitischen Entwicklungen (z.B. des Rentensystems) oder auch von der Bildung der Frauen. Je mehr Faktoren gut analysiert und in das Berechnungsmodell einbezogen werden, umso besser wird die Vorhersage. Es ist allerdings fast unmöglich diese Entwicklungen über einen sehr langen Zeitraum wie 100 Jahre verlässlich vorherzusagen.