

Evin und Samtan sind das mühsame Zählen der kleinen Münzen beim Kassieren leid. Sie wollen lieber mehr Zeit zum Backen haben. Also beschließen sie, in ihrer Konditorei ab heute keine 1, 2 und 5 Polarpfennige mehr zu akzeptieren. An den Preisen soll sich erst mal nichts ändern, sonst müssten sie ja alle Schilder neu machen. Stattdessen wird die Summe des gesamten Einkaufs der Kunden auf zehn Polarpfennige gerundet.

Auf dem Weg vom Basketballtraining kommen die Wichtel Ragna, Kasimir, Pippa und Odilo an der Bäckerei vorbei. „Ich hab sooo einen Hunger!“ stöhnt Ragna. „Wenn ihr mit reinkommt, könnt ihr euch auch was aussuchen. Ich lade euch ein!“. Das lassen sich die drei nicht zwei Mal sagen.



Schnell haben sie sich entschieden, was sie bestellen möchten. Ragna will einen ganzen Stollen (15,88 P), Kasimir möchte eine Tüte Lebkuchen (3,16 P), Pippa eine Tüte Vanillekipferl (3,35 P) und Odilo möchte gerne Evins und Samtans neueste Kreation probieren – einen Weihnachtsstrudel (12,49 P). Als sie gerade bestellen wollen, ruft Samtan aus der Backstube: "Ab heute wird gerundet!"

Ragna rechnet schnell zusammen. Alle Gebäckstücke zusammen kosten genau 34,88 P (34 Polarkronen und 88 Polarpfennige). Dieser Betrag wird auf 34,90 P aufgerundet, Ragna müsste 2 Polarpfennige mehr bezahlen. Sie überlegt: "Wenn ich die Bestellung auf mehrere Einkäufe aufteile, kann ich vielleicht Geld sparen..."

Auf wie viele Einkäufe sollte Ragna die Sachen aufteilen, um so viel wie möglich zu sparen?

- a) 4
- b) 3
- c) 2
- d) 1 (sie kann durch das Aufteilen nichts sparen)

Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:

Arne Leuzinger (Schüler)

Lise-Meitner-Gymnasium, Leverkusen (Nordrhein-Westfalen)

Lösung:

Antwortmöglichkeit c) ist richtig. Bei zwei Einkäufen kann sie am meisten sparen, nämlich 8 Polarpfennige.

Um die Aufgabe zu lösen, musst du die Regeln für das Runden kennen: Wenn du, wie in dieser Aufgabe, auf eine Stelle hinter dem Komma runden willst, schaust du dir die zweite Stelle hinter dem Komma an. Steht an der zweiten *Nachkommastelle* eine 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird abgerundet: Die zweite Ziffer nach dem Komma wird auf 0 gesetzt und die anderen Ziffern werden nicht verändert. Steht an der zweiten Nachkommastelle eine 5, 6, 7, 8 oder 9, so wird aufgerundet: Diese Ziffer wird auf 0 gesetzt und die Ziffer an der Stelle davor wird um 1 erhöht. Beispiel: 6,72 wird zu 6,70 (bzw. 6,7) und 3,48 wird zu 3,50 (bzw. 3,5).

Aus dem Aufgabentext weißt du, dass Antwortmöglichkeit d) gleich dem gerundeten Gesamtbetrag von 34,90 € entspricht. Ragna spart nur dann Geld, wenn insgesamt mehr Pfennig-Beträge abgerundet als aufgerundet werden, denn dann wird der Gesamtbetrag kleiner. Zudem kannst du dir überlegen, dass pro Einkauf maximal 4 Polarpfennige abgerundet werden können.

Du kannst die Aufgabe auf verschiedene Arten lösen:

1. Möglichkeit: Strategisch argumentieren

Antwortmöglichkeit a) bedeutet, dass jedes Gebäck einzeln gekauft wird. Wenn du dir die Einzelbeträge anschaust, siehst du, dass die letzte Ziffer immer größer als 4 ist. Es müsste bei allen vier Einkäufen aufgerundet werden (also mindestens 4 Polarpfennige). Auch ohne konkrete Berechnung ist deshalb klar, dass sie insgesamt mehr bezahlen würde, als wenn sie alles zusammen kauft. Damit ist Antwortmöglichkeit a) falsch.

Bei Antwortmöglichkeit b) kannst du dir folgendes überlegen: Will Ragna 4 Teile auf 3 Einkäufe aufteilen, muss sie in jedem Fall zwei Teile einzeln kaufen und zwei zusammen. Bei den beiden Teilen, die sie zusammen kauft, kann sie maximal 4 Polarpfennige sparen (siehe oben). Bei den beiden einzelnen muss auf jeden Fall aufgerundet werden (wie schon bei Antwortmöglichkeit a) erwähnt). Bei 3 Einkäufen kann Ragna also in jedem Fall weniger als 4 Polarpfennige sparen. Merke dir dieses Ergebnis für den Vergleich mit Antwortmöglichkeit c).

Für Antwortmöglichkeit c), das Aufteilen der Gebäckstücke auf zwei Einkäufe, gibt es viele Möglichkeiten. Allgemein kann man bei zwei Einkäufen maximal 8 Polarpfennige sparen (pro Einkauf maximal 4). Versuche also, die Gebäckstücke so auf zwei Einkäufe aufzuteilen, dass bei der zweiten Nachkommastelle der Summe eine 4 steht. Dies führt zu folgender Aufteilung:

$$\text{Lebkuchen + Stollen: } 3,16 + 15,88 = 19,04$$

$$\text{Weihnachtsstrudel + Vanillekipferl: } 12,49 + 3,35 = 15,84.$$

So spart Ragna bei zwei Einkäufen 8 Polarpfennige und muss nur noch $19,04\text{€} + 15,84\text{€} = 34,80\text{€}$ bezahlen. Das sind 8 gesparte Polarpfennige und damit mehr als bei der Aufteilung auf 3 Einkäufe in Antwortmöglichkeit b). Damit ist Antwortmöglichkeit c) richtig.

Bemerkung: Da immer auf 10 Polarpfennige gerundet wird, kann Ragna nur dann sparen, wenn sie mindestens 8 Polarpfennige spart. Auch mit diesem Argument kannst du alle Antwortmöglichkeiten bis auf c) ausschließen.

2. Möglichkeit: Durchprobieren

Antwortmöglichkeit a) bedeutet, dass jedes Gebäck einzeln bezahlt wird. In der Tabelle siehst du, dass bei allen aufgerundet werden muss:

Gebäck	Preis in €	Ab- oder Aufrunden	Neuer Preis in €	Preisdifferenz in Polarpfennigen
Lebkuchen	3,16	Aufrunden	3,20	+4
Vanillekipferl	3,35	Aufrunden	3,40	+5
Weihnachtsstrudel	12,49	Aufrunden	12,50	+1
Stollen	15,88	Aufrunden	15,90	+2
Insgesamt			35,00	+12

Wenn Ragna alle Gebäcke einzeln bezahlen würde, würde sie also insgesamt 35,00 € bezahlen. Das sind 10 Polarpfennige mehr als wenn sie alles zusammen bezahlt. Damit ist Antwortmöglichkeit a) falsch.

Für Antwortmöglichkeit b) gibt es 5 verschiedene Möglichkeiten. Es werden jeweils zwei Gebäckstücke zusammen bezahlt, die anderen einzeln. In der Tabelle sind nur die Werte neu berechnet, die zusammen bezahlt werden. Die anderen werden aus der Tabelle oben entnommen. Du siehst, dass kein Preis kleiner ist als 34,90 €.

Zusammen bezahltes Gebäck	Preis in €	Preis gerundet in €	Preis andere in €*	Gesamtpreis in €
Lebkuchen + Vanillekipferl	6,51	6,50	28,40	34,90
Lebkuchen + Weihnachtsstrudel	15,65	15,70	19,30	35,00
Lebkuchen + Stollen	19,04	19,00	15,90	34,90
Vanillekipferl + Weihnachtsstrudel	15,84	15,80	19,10	34,90
Vanillekipferl + Stollen	19,23	19,20	15,70	34,90
Weihnachtsstrudel + Stollen	28,37	28,40	6,60	35,00

*- Hier werden die neuen, gerundeten Einzelpreise der beiden anderen Gebäcke aus der oberen Tabelle zusammengerechnet.

Für Antwortmöglichkeit c) gibt es noch mehr Kombinationsmöglichkeiten. Du kannst zweimal 2 Gebäckstücke zusammen bezahlen oder einmal 3 und einmal 1.

Damit c) die richtige Lösung ist, reicht es aber schon eine Kombination zu finden, sodass der Gesamtbetrag unter 34,90 € liegt. Überlege dir also am besten, wie du die Einkäufe geschickt kombinieren kannst. Die Summe der Preise sollte bei beiden Einkäufen so sein, dass der Preis abgerundet wird. Deshalb ist es geschickter, zuerst zweimal 2 Gebäckstücke zusammen zu bezahlen, weil ja die einzelnen Gebäckstücke aufgerundet werden müssen (siehe Tabelle 1).

Auf diese Weise kannst du zum Beispiel folgende Kombination finden:

Zusammen bezahltes Gebäck	Preis in Polarkronen	Ab- oder Aufrunden	Neuer Preis in Polarkronen	Preisdifferenz in Polarpfennigen
Lebkuchen + Stollen	3,16 + 15,88 = 19,04	Abrunden	19,00	-4
Weihnachtsstrudel + Vanillekipferl	12,49 + 3,35 = 15,84	Abrunden	15,80	-4
Insgesamt			34,80	-8

Die Lebkuchen sollten mit dem Stollen gekauft werden, und der Weihnachtsstrudel mit den Vanillekipferln. Bei diesen 2 Einkäufen spart Ragna zweimal 4 Polarpfennige, also insgesamt 8. Mehr kann Ragna nicht sparen, da pro Einkauf maximal 4 Polarpfennige abgerundet werden können. Ragna kann also insgesamt 8 Polarpfennige sparen, wenn sie die Bestellung auf zwei Einkäufe aufteilt.

Blick über den Tellerrand: Abschaffung von Kleingeld

Die beiden Wichtel sind nicht die Einzigen, die kleine Münzen abgeschafft haben. In Belgien, Irland, Finnland und in den Niederlanden wird schon seit Jahren an der Kasse auf- oder abgerundet. Allerdings wird hier auf ein Vielfaches von fünf Cent auf- oder abgerundet. Zum Beispiel wird bei 3,34€ auf 3,35€ aufgerundet und bei 3,37€ auf 3,35€ abgerundet. Wenn mit Karte bezahlt wird, wird jedoch der exakte Betrag vom Konto abgebucht.

Auch in der Stadt Kleve am Niederrhein in Nordrhein-Westfalen gibt es seit Anfang des Jahres kein Kleingeld mehr - zumindest in einigen Geschäften der Stadt. Wer darauf besteht, kann sich trotzdem das genaue Rückgeld geben lassen, was aber nur wenige Kunden machen. Einen Artikel über die Abschaffung des Kleingeld in Kleve findest du unter folgendem Link: <http://www.spiegel.de/wirtschaft/service/kleve-schafft-das-kleingeld-ab-a-1075119.html>

Es gibt gute Gründe für die Abschaffung der Ein- und Zwei-Cent-Münzen. Ohne das Sortieren von Kleingeld geht es an der Kasse schneller. Die kleinen Münzen wiegen viel im Portemonnaie, wenn man sie heraus nimmt, gehen sie leicht verloren oder sammeln sich in Sparschweinen und Schubladen. Außerdem müssen die Banken stets neue Ein- und Zwei-Cent-Münzen herstellen; die Herstellung kostet dabei mehr als die Münzen wert sind.

Auch für die Händler ist das Kleingeld teuer. Haben sie zu viel, müssen sie bei der Bank eine Gebühr bezahlen, um es auf ihr Konto einzuzahlen. Haben sie zu wenig Ein- oder Zwei-Cent-Münzen, müssen sie die Münzen bei der Bank kaufen – in der Regel für mehr Geld als die Münzen wert sind.

Die Mehrheit der Deutschen ist jedoch gegen die Abschaffung des Kleingelds. Viele befürchten, dass die Händler es als Vorwand nutzen, um die Preise auf den nächsten vollen Betrag anzuheben, auch wenn dies in Ländern ohne Kleingeld nicht passiert ist.

Da viele Preise auf die Ziffer neun enden, wird etwas häufiger auf- als abgerundet. Es sei denn, alle kaufen ab jetzt so wie Ragna ein.