

Laerke liebt es, den Sternenhimmel zu betrachten. Sie ist fasziniert vom Weltall und dessen Himmelskörpern. Schon oft hat sie sich versucht vorzustellen, wie groß die Entfernungen zwischen den einzelnen Planeten tatsächlich sind. Bisher ist ihr das allerdings noch nicht wirklich gelungen. Nun hat sie eine Idee, die ihr helfen könnte:

Laerke möchte sich in ihrem Garten ein *maßstabgetreues* Modell vom Sonnensystem bauen. In einem Buch liest sie, dass die Sonne in echt einen Durchmesser von etwa *1,4 Millionen* Kilometern hat und dass Neptun mit einer Entfernung von ungefähr *4,5 Milliarden* Kilometern der von der Sonne am weitesten entfernte (bekannte) Planet im Sonnensystem ist.



Laerke hat einen großen Ball mit 70 Zentimetern Durchmesser. Dieser soll in ihrem Modell die Sonne darstellen. Die Planeten will sie in einer Reihe mit maßstabsgetreuen Abständen aufreihen. Damit das Modell noch in ihren Garten passt, darf der Abstand von der Modell-Sonne zum Modell-Neptun nicht länger als 25 Meter sein.

Ist Laerkes Garten groß genug für ihr Modell?

- Ja, der Abstand zwischen Sonne und Neptun wäre nicht größer als 4,5 Meter.
- Ja, das Modell passt knapp in den Garten. Sonne und Neptun wären etwa 23 Meter voneinander entfernt.
- Nein, das Modell ist zu lang. Sonne und Neptun wären etwa 450 Meter voneinander entfernt.
- Nein, das Modell ist zu lang. Sonne und Neptun wären ca. 2,3 Kilometer voneinander entfernt.

**Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:**

Das „Mathe im Advent“-Team  
 Mathe im Leben gemeinnützige GmbH  
<http://www.facebook.com/matheimadvent/>

## Lösung

**Antwortmöglichkeit d) ist richtig. Das Modell ist zu lang und passt nicht in Laerkes Garten. Sonne und Neptun wären ca. 2,3 Kilometer weit auseinander.**

Laerke möchte wissen, ob das Modell noch in ihren Garten passt, wenn sie ihren Ball als Sonne nimmt. Der Ball hat einen Durchmesser von 70 cm, das sind 0,7 m. Die Sonne hat einen Durchmesser von 1,4 Millionen km = 1 400 000 km oder 1 400 000 000 m, da 1 km = 1000 m ist.

Du kannst die Aufgabe unterschiedlich lösen. Entweder du überlegst dir, wie der Maßstab ist und rechnest damit weiter oder setzt die Längen ins Verhältnis. Bei beiden Lösungswegen rechnest du grundsätzlich gleich, die Herangehensweise ist nur etwas anders. Daher beschreiben wir beide Wege:

### 1. Lösungsweg: Überlegungen zum Maßstab

Der Durchmesser des Balls soll dem Durchmesser der Sonne entsprechen. Der Maßstab, den Laerke für ihr Modell verwenden will, ist deshalb:

$$0,7 : 1\,400\,000\,000$$

Du musst nun herausfinden, wie weit der Neptun in Laerkes Modell von der Sonne entfernt ist. Dafür ist es am einfachsten, wenn du zunächst berechnest, womit du den Durchmesser des Balls multiplizieren musst, um den Durchmesser der Sonne zu erhalten. Du musst dir also überlegen, mit was du 0,7 m multiplizieren musst, um 1 400 000 000 m zu bekommen. Die Zahl erhältst du, wenn du 1 400 000 000 m durch 0,7 m dividierst:

$$1\,400\,000\,000\text{ m} : 0,7\text{ m} = 2\,000\,000\,000 = 2\text{ Milliarden} = 2\,000\text{ Millionen}$$

Neptun ist 4,5 Milliarden km bzw. 4 500 Millionen km von der Sonne entfernt. Um die Entfernung von Neptun zur Sonne im Modell zu bestimmen, teilst du durch diese Zahl:

$$4\,500\,000\,000\text{ km} : 2\,000\,000\,000 = 2\,250\,000\,000\text{ km}$$

Kürzt du 1 Milliarde, ergibt sich  $4,5\text{ km} : 2 = 2,25\text{ km}$

In Laerkes Modell muss der Neptun also  $2,25\text{ km} \approx 2,3\text{ km}$  von der Sonne entfernt sein. Da Laerkes Garten aber nur 25 Meter lang ist, passt das Modell mit ihrem Ball nicht maßstabsgerecht in den Garten. Antwortmöglichkeit d) ist deshalb richtig.

### 2. Lösungsweg: Über Verhältnisse

Du kannst diese Aufgabe auch über Verhältnisse lösen. Dafür legst du zunächst eine Unbekannte  $x$  für die Entfernung vom Modell-Neptun zur Modell-Sonne fest. Dann setzt du die sich jeweils im Modell und in der Realität entsprechenden Längen miteinander ins Verhältnis. Die beiden Verhältnisse müssen gleich sein:

$$\frac{0,7\text{ m}}{1,4\text{ Mio. km}} = \frac{x}{4\,500\text{ Mio. km}}$$

Diese Gleichung kannst du nun nach  $x$  auflösen, indem du auf beiden Seiten mit 4500 Mio. km

multiplizierst:

$$\frac{0,7 \text{ m} \cdot 4500 \text{ Mio. km}}{1,4 \text{ Mio. km}} = \frac{x \cdot 4500 \text{ Mio. km}}{4500 \text{ Mio. km}}$$

$$2250 \text{ m} = x$$

$$x = 2250 \text{ m}$$

Die Entfernung  $x$  ist also  $2\,250 \text{ m} = 2,25 \text{ km}$ . Der Neptun müsste im Modell also ungefähr  $2,3 \text{ km}$  von der Sonne entfernt sein. Der Garten hat aber nur eine Länge von  $25 \text{ m}$ . Deshalb ist Antwortmöglichkeit d) richtig.

## Blick über den Tellerrand: Darstellung des Sonnensystems

Die Sonne in unserem Sonnensystem wird von 8 Planeten umkreist: Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun. Merkur ist dabei der Sonne am nächsten, Neptun ist am weitesten von ihr entfernt. Neben diesen Planeten gibt es natürlich viele weitere Himmelskörper. Zum Beispiel Zwergplaneten wie Pluto oder auch Monde, Kometen und Meteoroiden. Auf den meisten Bildern, die das Sonnensystem darstellen sollen, sieht man allerdings in der Regel nur die Sonne mit ihren 8 Planeten.

Schau dir noch einmal das Aufgabenbild an. Dort ist zu sehen, wie Laerke sich das Sonnensystem vorstellt. Bestimmt hast du so ein Bild selbst schon mal gesehen – in einem Buch oder auch im Planetarium. Die meisten Darstellungen des Sonnensystems sehen so ähnlich aus, wie die im Bild. Aber wusstest du, dass es kein einziges Bild gibt, welches das Sonnensystem maßstabsgetreu zeigt? Mehr noch: So ein Bild kann es gar nicht geben. Wie du in dieser Aufgabe herausgefunden hast, wäre der Abstand zwischen Sonne und Neptun bei einer  $70 \text{ cm}$  Modell-Sonne ziemlich groß. Auch wenn man die Sonne kleiner auf ein Blatt Papier zeichnet, ist der Abstand noch zu groß. Und wenn du die Abstände so klein machst, dass sie auf ein Blatt Papier passen, bekommst du ein anderes Problem: Die Planeten in der Zeichnung wären dann so winzig klein, dass man sie überhaupt nicht mehr sehen könnte.

Die einzige Möglichkeit, einen realistischen Eindruck des Sonnensystems zu bekommen, ist also sich ein maßstabsgetreues Modell zu bauen. Wie wir gesehen haben, braucht man dafür aber sehr viel Platz. Wenn du die Planeten nicht nur aufreihen möchtest, sondern auch die Umlaufbahnen darstellen willst, brauchst du sogar noch viel mehr Platz. Ein paar Freunde haben im U.S.-Bundesstaat Nevada genau das gemacht: ein maßstabsgetreues Modell des Sonnensystems gebaut. Davon haben sie ein tolles Video (auf Englisch) gemacht. Du findest es unter diesem Link: <http://www.youtube.com/watch?v=zR3Igc3Rhfg>